

# Journée de la Fédération de Recherche BFC-Mathématiques

Jeudi 07 Novembre 2024

LMB, 16 route de Gray: Amphi B

9h00-9h15	<u>Accueil</u>
9h15-9h35	<b>Laila Alsharief:</b> Optimal control of implicit polyhedral sweeping processes using coderivative of the metric projection mapping
9h40-10h00	<b>Rafik Souanef:</b> Autour des unités cyclotomiques dans les corps de nombres abéliens
10h00-10h20	<u>Pause café</u>
10h20-11h15	<b>Gabriel Peyré:</b> Les réseaux de neurones transformers : régularité, lien avec les EDPs et universalité
11h20-12h00	<b>Thomas Dreyfus:</b> Nature des séries génératrices des marches dans le quart de plan.
12h00-13h30	<u>Déjeuner</u>
13h30-15h30	Association <b>CLASCHES</b>
15h30-15h50	<u>Pause café</u>
15h50-16h10	<b>Arnaud Nerrière:</b> Dynamique aléatoire sur le plan affine complexe.
16h15-16h35	<b>Valentin Arrigoni:</b> Problème de résonances inverse sur un cylindre hyperbolique infini perturbé.
16h40-17h20	<b>Julie Tourniaire:</b> A branching particle system as a model of FKPP fronts

## Résumé des Exposés

**Laila Alsharief:** In this talk, I will give an introduction and some results concerning stability of some classes of Moreau sweeping processes. I will present afterwards (a brief of) an investigation of a maximum principle for a class of optimal control problems governed by implicit sweeping process with general endpoint constraints by using the coderivative of the metric projection mapping. The swept set is assumed to be polyhedral and depends on the control while the nonautonomous dynamic governing the optimal control problem depends simultaneously on the state and the control. This dependence appears in the differential inclusion but also in the (force) perturbation term. To do this, we compute the coderivative of the metric projection mapping onto a polyhedral convex set.

**Rafik Souanef:** Les unités cyclotomiques, il y en a plusieurs sortes mais elles ont toutes pour but premier de nous permettre de mieux connaître le groupe des unités - groupe sur lequel on ne sait pas grand chose bien qu'il semble clairement jouer un rôle crucial dans l'étude des corps de nombres. Nous verrons comment ces objets apparaissent dans la littérature, quelles questions on se pose à leur propos et (si le temps le permet) ce que j'ai pu en dire dans mes travaux.

**Gabriel Peyré:** Les réseaux de neurones profonds de type transformers définissent des transformations dépendant d'un contexte. Dans les applications de traitement automatique du langage naturel, cela leur permet de prédire un nouveau mot (un "token") à partir d'un ensemble de mots précédents (le "prompt"). Dans cet exposé, je présenterai des pistes pour mieux comprendre la capacité de ces architectures à manipuler un nombre arbitrairement grand de tokens de contexte. Pour aborder de manière mathématique et uniforme l'expressivité de ces architectures, nous considérons que la transformation est conditionnée par un contexte représenté par une distribution de probabilité des tokens (discrète dans le cas d'un nombre fini de tokens). La notion de régularité est alors liée à la continuité mesurée en termes de distance de Wasserstein entre ces contextes. Nous commencerons par analyser la constante de Lipschitz de ces réseaux, ce qui nous permet d'interpréter un réseau transformer très profond comme une discrétisation d'une équation aux dérivées partielles non-linéaire. Nous démontrerons ensuite que les transformers profonds sont universels et peuvent approximer des transformations continues (à la fois en termes d'espace et de contexte) avec une précision arbitraire, de manière uniforme sur des domaines de tokens compacts. Un aspect clé de nos résultats, par rapport aux travaux existants, est que, pour une précision donnée, un seul transformer peut traiter un nombre arbitraire (voire infini) de tokens. De plus, il fonctionne avec une dimension fixe des tokens (cette dimension n'a pas besoin d'augmenter avec la précision). Ce travail a été réalisé en collaboration avec Valérie Castin (ENS), Pierre Ablin (Apple), Takashi Furuya (Université de Shimane) et Maarten de Hoop (Rice University).

**Thomas Dreyfus:** Considérons une marche discrète dans le quart de plan. Nous pouvons lui associer une série génératrice qui encode un certain nombre de ses propriétés. Une question qui a suscité beaucoup de réflexions est de déterminer si cette série satisfait des équations algébrique ou différentielles. Les méthodes sont variées, allant de la combinatoire, à la géométrie algébrique en passant par l'informatique et les probabilités ce qui donne un côté très interdisciplinaire à ce problème.

**Arnaud Nerrière:** Certaines surfaces complexes possèdent un groupe d'automorphismes avec une dynamique intéressante. Par exemple, Serge Cantat nous a expliqué lors de la journée de l'an passé qu'un système de pliages aléatoires de pentagones peut se décrire comme un système dynamique sur une surface complexe. D'autres exemples apparaissent dans l'étude de variétés de caractères. Cantat et Dujardin ont étudié la dynamique aléatoire sur les surfaces compactes, et ont notamment classifié les mesures stationnaires. Le cas des surfaces non compactes est de nature différente et j'essaierai de raconter cela dans le cas du plan affine.

**Valentin Arrigoni:** Nous étudions un problème de résonance inverse sur un cylindre hyperbolique infini perturbé radialement et de manière compacte. En utilisant les symétries de ce type de géométrie, nous sommes amenés à étudier une équation de Schrödinger stationnaire sur la droite réelle avec un potentiel  $V$ , qui est la somme d'un potentiel de Pöschl-Teller et d'une perturbation que nous considérons intégrable et à support compact. Nous définissons les résonances comme les pôles des coefficients de réflexion avec une partie imaginaire négative. Nous prouvons que, sous certaines hypothèses sur le support de la perturbation compacte, nous sommes capables de

résoudre la question de l'unicité dans le problème de résonance inverse. Nous donnons également des asymptotiques des résonances et montrons qu'elles sont asymptotiquement localisées sur deux branches logarithmiques et, selon la localisation du support de  $q$ , parfois aussi sur des lignes parallèles à l'axe imaginaire.

**Julie Tourniaire:** The FKPP equation is a common model in population dynamics, describing how a population spreads and grows over time and space, resulting in wave-like patterns. Recent studies by Birzu, Hallatschek and Korolev on the noisy FKPP equation with Allee effects (or cooperation) suggest the existence of three classes of fluctuating wavefronts: pulled, semipushed and fully pushed fronts.

In this talk, I will introduce an analytically tractable model for fluctuating fronts, describing the internal mechanisms that drive the invasion of a habitat by a cooperating population. I will then use this model to explain how such mechanisms shape the genealogy of the population.